Online-Vorlesung „Stabile Homotopie-Theorie I“

Prof. Stephan Klaus, Sommersemester 2020
(Inhalt in Stichworten)

Teil 1 Instabile Homotopietheorie

Vorlesung 1.1 Einführung

Def.: Erweiterungs- und Hochhebungsproblem

Bsp.: Brouwerscher Fixpunktsatz und "Satz vom Igel"

Bem.: Unterschiede Homologie und Homotopie

Def.: Zylinder, Kegel, Suspension, smash-Produkt

Bem.: Funktoreigenschaft, smash-Produkte von Sphären

Satz: Suspensionsisomorphismus

Def.: Konnektivität

Bem.: Freudenthalscher Einhängungssatz

Bem.: Stabile Homotopie ist verallg. Homologietheorie

Bem.: Spektren und Homologietheorien

Bsp.: K-Theorie

Bsp.: Bordismus

Vorlesung 1.2 Kompakt erzeugte Hausdorff-Räume und CW-Komplexe

Def.: Kategorie CGH und Funktor k

Bem.: Eigenschaften von k

Def.: kategorielles Produkt k(XxY)

Def.: CO-Topologie auf C(X,Y)

Satz: Exponentialgesetze in CGH

Bsp.: Adjunktionen Cone <-> Path, S <-> Omega

Def.: CW-Komplex, zelluläre Abb., n-Skelett

Bem.: zelluläre Reihe

Bsp.: S^n, RP^n, CP^n, HP^n

Bem.: Produkte und Abb.-Räume, Thm. von Milnor

Def.: schwache und starke Homotopieäquivalenzen (h.e.)

Thm.: Zellulärer Approximationssatz

Thm.: ("Whitehead 1") w.h.e + CW => h.e.

Thm.: ("Whitehead 2") 1-conn. CW + H^*-Iso => w.h.e

Def.: Standard-Simplex, simpliziale Mengen und Funktor S.

Def.: Funktor |X.| (geometrische Realisierung)

Satz: |X.| ist CW-Komplex

Satz: S. und | | sind adjungierte Funktoren

Vorlesung 1.3 Modellkategorien

Def.: Faserungen, HLP

Bsp.: Faserbündel

Def.: Verwandeln in Faserung, Barratt-Puppe-Fasersequenz

Def.: Kofaserungen, HEP

Bsp.: Unter-CW-Komplexe

Def.: Verwandeln in Kofaserung, Barratt-Puppe-Kofasersequenz

Def.: Modellkategorie (C,W,F,cF), Quillen-Axiome

Bem.: Folgerungen, insb. für Retrakte

Def.: fibrante und cofibrante Objekte

Bsp.: TOP mit Modellstruktur nach Quillen (w.h.e.)

Bsp.: TOP mit Modellstruktur nach Strohm (h.e.)

Bem.: Warschau-Kreis

Bsp.: Kettenkomplexe über Ring R

Bsp.: simpliziale Mengen, fibrant = Kan-Erweiterungseigenschaft

Bem.: Eckmann-Hilton-Dualität

Def.: Zylinderobjekte und Pfadobejekte, links/rechts-Homotopien

Def.: Quillen-Homotopiekategorie Ho(C) := C/w.e.

Thm.: (Quillen) Ho(C) = C/r.h. = C/l.h.