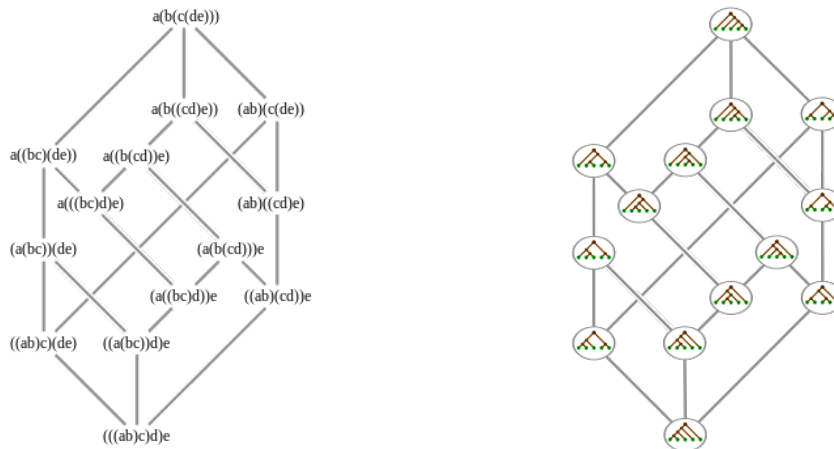


Abzählende Kombinatorik

Dozent: Prof. Dr. Stephan Klaus

Online-Vorlesung April-Juli 2022

1. Das Assoziativgesetz besagt $(xy)z = x(yz)$, daraus folgt die Unabhängigkeit von der Klammersetzung auch für mehr als 3 Faktoren. Für 4 Faktoren gibt es 5 erlaubte Arten der Klammersetzung, für 5 Faktoren bereits 14. Auf wieviele Weisen kann man Klammern in einem Produkt von n Faktoren setzen?
2. Bäume sind zusammenhängende Graphen ohne Zykel. Betrachte binäre Bäume mit n Knoten, wobei ein Knoten als "Wurzel" ausgezeichnet ist. Wieviele solcher Bäume gibt es?



(Public domain graphics by T. Piesk)

Die Antwort wird in beiden Fällen durch die Catalan-Zahlen gegeben, die auch in einigen anderen Zusammenhängen auftauchen. Der Beweis kann mit der erzeugenden Funktion dieser Fragestellung hergeleitet werden. Erzeugende Funktionen sind formale Potenzreihen, die mit den Anzahlen von kombinatorischen Strukturen gebildet werden. Dadurch kann man kombinatorische Eigenschaften in Funktional- oder Differentialgleichungen für erzeugende Funktionen verwandeln, die oft explizit gelöst werden können.

Die Vorlesung soll anhand vieler berühmter Beispiele einen Überblick dieser Theorie geben. Weitere Stichworte dazu sind z.B. Partitionen, Fibonacci- und Stirling-Zahlen, das Abzähltheorem von Polya, das Theorem von Witt und kombinatorische Spezies. Erzeugende Funktionen spielen in vielen Bereichen der Mathematik eine große Rolle und gehören daher zur "mathematischen Allgemeinbildung". Die Vorlesung (ohne Übungen) wird im Zeitraum April-Juli 2022 stückweise aufgezeichnet und kann über <https://www.mfo.de/scientific-program/online-offerings> online angesehen werden.

Zielgruppe/Voraussetzungen:

Alle Studentinnen und Studenten der Mathematik, die sich dafür interessieren, insbesondere auch Lehramtsstudierende! Es werden nur Grundkenntnisse der Mathematik vorausgesetzt (Analysis 1-2, Lineare Algebra 1-2).

Literatur:

- (1) Richard P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, Cambridge University Press (1997)
- (2) Carl G. Wagner *A First Course in Enumerative Combinatorics*, AMS (2020)
- (3) Herbert S. Wilf *Generatingfunctionology*, Academic Press (1994)