

# *Einführung in das Atiyah-Singer-Index-Theorem*

**Dozent:** apl. Prof. Dr. Stephan Klaus

**Termine:** Do 14-16, ca. alle 2 Wochen im WS 2022/23, Raum 04-422

$$\dim(\ker(D)) - \dim(\ker(D^*)) = \int_M \text{ch}(D) Td(M)$$

Das Atiyah-Singer-Index-Theorem stellt einen Zusammenhang her zwischen den Lösungsräumen elliptischer partieller Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten und gewissen topologischen Invarianten. Vereinfacht gesprochen gibt der analytische Index der Differentialgleichung die Dimension des Lösungsraumes an, während der topologische Index durch sogenannte charakteristische Klassen beschrieben wird. Das Theorem besagt, dass beide Indizes übereinstimmen. Es handelt sich dabei um eines der berühmtesten Ergebnisse in der Differentialtopologie, das in zahlreichen anderen Gebieten angewendet werden kann und dort wichtige Sätze und Theoreme verallgemeinert, z.B. das Gauß-Bonnet-Chern-Theorem, das Riemann-Roch-Theorem und den Signatursatz von Hirzebruch.

Die Vorlesung wird eine übersichtsartige Einführung in diese Theorie geben, wobei auch die genannten Anwendungen auf Topologie, Differentialgeometrie und algebraische Geometrie besprochen werden sollen.

**Voraussetzungen:** Solide Grundkenntnisse in Differentialtopologie (insbesondere Mannigfaltigkeiten, Differentialformen, deRham-Kohomologie, Vektorbündel)

**Zielgruppe:** Fortgeschrittene Lehrveranstaltung mit Überblickscharakter, ohne Übungen

**Zuordnung Gebiete:** Differentialtopologie mit Verbindungen zur Differentialgeometrie und Algebraischen Geometrie

## **Literatur:**

Nicole Berline, Ezra Getzler, Michele Vergne  
*Heat Kernels and Dirac Operators*  
Grundlehren der Mathematik, Springer Heidelberg (2004)

Peter B. Gilkey  
*Invariance Theory, the Heat Equation, and the Atiyah-Singer Theorem*  
Publish or Perish (1995)  
Das Buch ist online frei verfügbar unter <http://www.emis.de/monographs/gilkey/>

Richard S. Palais  
*Seminar on the Atiyah-Singer Index Theorem*  
Annals of Mathematics Studies 57, Princeton Univ. Press (1965)